

Математические финансы

4-й модуль, 2026-2027

Вячеслав Горовой
Российская экономическая школа
vgorovoy@nes.ru

Информация о курсе

Сайт курса: my.nes.ru

Консультации преподавателя: по предварительной договорённости

Описание курса

Курс может рассматриваться как продолжение курса «Деривативы». Его целью является знакомство студентов с математическими методами, лежащими в основе оценки сложных производных инструментов.

Курс состоит из трёх частей:

- Первая часть посвящена стохастическому исчислению и оценке финансовых инструментов с использованием эквивалентной мартингальной меры.
- Во второй части рассматривается метод Монте-Карло и его применение к оценке деривативов в распространённых моделях.
- Третья часть посвящена моделям процентных ставок и оценке инструментов с фиксированным доходом.

В курсе активно используется Python. Конспекты лекций, домашние задания и проект представлены в формате Jupyter Notebook.

Требования курса, система оценивания, посещаемость

Для освоения курса необходимы знания по деривативам и теории вероятностей, а также навыки программирования на Python.

Итоговая оценка складывается из следующих компонентов:

- Три домашних задания: суммарно 45% (по 15% за каждое).
- Участие в занятиях: 10%.
- Проект: 45%.

Содержание курса

1. Эквивалентная мартингальная мера:
 - Рыночная цена риска
 - Выбор меры стоимости
 - Теорема Гирсанова
 - Парадокс Сигела
2. Стохастическое исчисление:
 - Стохастические и диффузионные процессы
 - Стохастическое исчисление Ито
 - Обратное и прямое уравнения Колмогорова
 - Формула Фейнмана – Каца

3. Мультиактивные деривативы:
 - Моделирование корреляции между финансовыми активами
 - Кванто-инструменты. Практическое применение: хеджирование риска нефтяной компании
4. Модели, расширяющие подход Блэка – Шоулза:
 - Модели локальной волатильности
 - Модели стохастической волатильности
 - Модели со скачками
5. Метод Монте-Карло:
 - Основные принципы метода Монте-Карло
 - Оценка деривативов методом Монте-Карло
 - Методы снижения дисперсии
 - Моделирование процесса Кокса – Ингерсолла – Росса (CIR)
 - Практическое применение: модель Хестона
6. Опционы, зависящие от траектории цены базового актива:
 - Азиатские опционы
 - Барьерные опционы
7. Процентные деривативы:
 - Опционы на фьючерсы. Модель Блэка
 - Облигации с правом досрочного погашения и облигации с правом предъявления к досрочному погашению
 - Процентные свопы
 - Процентные кэпы и флоры
8. Модели процентных ставок:
 - Модели краткосрочной процентной ставки
 - Модель Шейетта
 - Модель Брейса – Гатарека – Мусиелы (BGM)
9. Структурные продукты:
 - Продукты с защитой капитала
 - Повышение доходности
 - Структурированные облигации с фиксированной доходностью: ноты с накоплением диапазона (range accrual) и ступенчатые ноты (step-up)
 - Экзотические структурные продукты
10. Машинное обучение в финансах:
 - Оценка бермудских и американских опционов с помощью нейронных сетей
 - Моделирование динамики поверхности волатильности методами машинного обучения

Материалы курса

Все материалы будут предоставляться на лекциях и доступны на my.nes.ru.

Методология курса

- Лекции
- Домашние задания
- Квизы

Примеры заданий курса

Оценка облигации с правом досрочного погашения:

Рассмотрите пятилетнюю облигацию номиналом 100 долларов с фиксированной купонной доходностью 4% годовых и выплатой купонов раз в полгода. Через два года эмитент имеет право досрочно погасить облигацию по цене 100 долларов. Предположим, что котируемая волатильность форвардной доходности за период со второго по пятый год составляет 20%, а кривая доходности плоская и соответствует ставке 4% годовых при непрерывном начислении процентов. Определите текущую стоимость облигации, описанной выше.

Академическая этика

Списывание, плагиат и любые другие способы нарушения академической этики РЭШ недопустимы.